

МИНОБНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

Отделение интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

## **ПОНЯТИЙНЫЙ АППАРАТ МАТЕМАТИКИ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

45.03.03 Фундаментальная и прикладная лингвистика

---

*Код и наименование направления подготовки/специальности*

Фундаментальная и прикладная лингвистика

---

*Наименование направленности (профиля)/ специализации*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2024

*Понятийный аппарат математики*

Рабочая программа дисциплины

Составители:

*д. ф-м. н., профессор МЛиИС М.Р. Пентус*

*д. ф-м. н., профессор МЛиИС Г.Б. Шабат*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

№   1   от   02.04.2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций.....	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
2. Структура дисциплины.....	5
3. Содержание дисциплины .....	6
4. Образовательные технологии .....	6
5. Оценка планируемых результатов обучения.....	8
5.1 Система оценивания .....	8
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине.....	8
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	9
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	13
6.1 Список источников и литературы .....	13
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	13
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	13
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....	13
9. Методические материалы.....	14
9.1 Планы семинарских/ практических занятий .....	14
9.2 Иные материалы .....	17
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины .....	19

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины - дать бакалаврам общее представление о математике и её месте в современной науке, показать связь математики с естественными и гуманитарными областями знания. В частности, рассказать об основных проблемах – как решённых, так и открытых; дать общее представление о математическом моделировании и о формальных языках современной математики.

Задачи дисциплины:

- изучение теории и практики решения задач по комбинаторике;
- приобретение навыков использования языка теории множеств;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

#### **Знать:**

- . основные понятия теории множеств;
- . основные свойства соответствий и отношений.

#### **Уметь:**

- . решать комбинаторные задачи;
- . преобразовать выражения на языке теории множеств.

#### **Владеть:**

- . навыками строгого доказательства утверждений;
- . навыками опровержения утверждений с помощью контрпримеров.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Владеет основами математических дисциплин, необходимых для формализации лингвистических знаний и процедур анализа и синтеза лингвистических структур	ОПК-2.1	Знает: основные определения и базовые факты теории множеств, комбинаторики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики и теории информации; наиболее подходящие для использования в лингвистике вероятностные модели и статистические методы; основные типы данных, операторы, стандартные функции одного

		из алгоритмических языков, имеющих практическое применение для обработки языковых данных.
	ОПК-2.3	Владеет: основными методами решения типичных задач теории множеств, комбинаторики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики и теории информации; навыками планирования, написания и отладки простых программ для обработки языковых данных на изученном алгоритмическом языке, использования основных функций соответствующей среды программирования.

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Понятийный аппарат математики» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения школьной математики.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математическая логика», «Вероятностные модели», «Математическая статистика», «Программирование в лингвистике».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
	Лекции	20
	Семинары	36
	Всего:	56

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 88 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Комбинаторика	Размещение без повторений, перестановка. Сочетание без повторений.
2.	Множества	Простейшие операции над множествами. Множество всех подмножеств данного множества. Кортеж над множеством. Прямое произведение множеств. Соответствие между элементами двух множеств. Операции над соответствиями, тождественное соответствие. Всюду определённое, функциональное, сюръективное, инъективное соответствие между элементами двух множеств. Биекция.
3.	Отношения	Бинарное отношение на множестве. Основные свойства отношений: рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, асимметричность, транзитивность, связность. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы. Строгий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок. Нестрогий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок. Равномощность множеств. Бесконечное множество. Счётное множество. Свойства счётных множеств. Множества мощности континуума.

### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	Комбинаторика	Лекция 1 Семинары 1-2  Лекция 2 Семинары 3-4	Вводная лекция-беседа. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач.

		Лекция 3 Семинары 5-6  Самостоятельная работа	Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
2	Множества	Лекция 4 Семинары 7-8  Лекция 5 Семинары 9-10  Лекция 6 Семинары 11-12  Лекция 7 Семинары 13-14  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты
3	Отношения	Лекция 8 Семинары 15-16  Лекция 9 Семинары 17-18  Лекция 10 Семинары 19-20  Семинары 21-22  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Теоретическая лекция. Практикум по решению задач. Практикум по решению задач. Работа с электронным конспектом, электронным задачником и интернет-ресурсами. Консультирование и приём домашних заданий посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- контрольная работа (раздел 1)	30 баллов	30 баллов
- контрольная работа (разделы 2-3)	30 баллов	30 баллов
Промежуточная аттестация – экзамен		40 баллов
<b>Итого за семестр</b>		<b>100 баллов</b>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно		не зачтено
0 – 19		F	

### 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>



Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
82-68/ С	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

При оценивании контрольной работы учитывается:

- полнота выполненной работы – задание выполнено не полностью и/или допущены две и более ошибки или три и более неточности (1-4 балла);
- обоснованность содержания и выводов работы – задание выполнено полностью, но обоснование содержания и выводов недостаточны, но рассуждения верны (5-8 баллов);
- работа выполнена полностью, в рассуждениях и обосновании нет пробелов или ошибок, возможна одна неточность (9-10 баллов).

### Промежуточная аттестация (экзамен)

При проведении промежуточной аттестации студент должен ответить на 5 вопросов (два вопроса теоретического характера и три вопроса практического характера).

При оценивании ответа на вопрос теоретического характера учитывается:

- теоретическое содержание не освоено, знание материала носит фрагментарный характер, наличие грубых ошибок в ответе (1-2 балла);
- теоретическое содержание освоено частично, допущено не более двух-трех недочетов (3-6 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов, но обучающийся смог бы их исправить самостоятельно (7-8 баллов);
- теоретическое содержание освоено полностью, ответ построен по собственному плану (9-10 баллов).

При оценивании ответа на вопрос практического характера учитывается:

- ответ содержит менее 20% правильного решения (1-2 балла);
- ответ содержит 21-89 % правильного решения (3-8 баллов);
- ответ содержит 90% и более правильного решения (9-10 баллов).

### Образцы заданий для самостоятельного выполнения

На шахматной доске расставлены три одинаковые ладьи, ни одна из которых не бьёт другую. Сколькими способами можно это сделать?

Найти количество слов длины от 2 до 4 в шестибуквенном алфавите.

Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{a,b\}$ , не содержащих подслово  $bb$ ?

Сколько возможно распределений 7 одинаковых предметов по 3 различным урнам?

В кондитерском магазине имеется неограниченное количество пирожных 4 сортов. Сколькими способами можно составить подарочный набор из 3 пирожных? (Пирожные в наборе могут быть как одинаковыми, так и разными; их порядок в наборе несуществен.)

Имеется 6 неотличимых белых шаров и 5 неотличимых чёрных шаров. Сколькими способами можно выложить их в ряд так, чтобы никакие два чёрных шара не лежали рядом.

На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник со сторонами 3 и 9. Сколькими кратчайшими путями из одного угла этого прямоугольника в диагонально противоположный? (Предполагается, что каждый путь проходит по линиям клетчатой бумаги.)

Найти количество пятиэлементных подмножеств восьмиэлементного множества.

Сколько существует палиндромов в алфавите  $\{a,b\}$ , содержащих 8 раз букву  $a$  и 4 раза букву  $b$  и не содержащих подслово  $bb$ ?

Сколько слов, не содержащих подслово  $aa$ , можно получить перестановкой букв в слове  $aabbcc$ ?

Сколько существует неориентированных графов с 3 вершинами без петель и параллельных рёбер (с точностью до изоморфизма)?

Дан ориентированный граф, где из каждой вершины исходят ровно 3 дуги и в каждую вершину, кроме одной, входят ровно 4 дуги. Сколько вершин в этом графе может быть?

В некотором ориентированном графе с 5 вершинами существует ориентированный путь длины 6, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ . Следует ли из этого, что в этом графе также существует ориентированный путь длины 66, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ ?

В некотором ориентированном графе с 5 вершинами существует ориентированный путь длины 6, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ . Следует ли из этого, что в этом графе также существует ориентированный путь длины 36, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ ?

Сколько существует ориентированных деревьев с 5 вершинами (с точностью до изоморфизма)?

Сколько существует упорядоченных деревьев с 5 вершинами (с точностью до изоморфизма)?

Дано ориентированное дерево с 23 листьями, где у всех вершин, кроме листьев, ровно 3 дочери. Какой может быть высота этого дерева? (Высотой дерева называется максимальное число дуг в ориентированном пути от корня к листу.)

Существует ли такое соответствие  $R$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $N$ , что при любом соответствии  $S$  между множествами  $N$  и  $N$  выполняется равенство  $RS = R$

Существует ли такое соответствие  $R$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $\{1,2,3,4,5\}$ , что при любом соответствии  $S$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $N$  выполняется равенство  $RS = S$ ?

Существует ли инъективное соответствие, чья инверсия не является тотальной?

Существуют ли два нефункциональных соответствия, чья композиция является функциональной?

Найти количество тотальных функций из  $n$ -элементного множества в  $m$ -элементное множество.

Сколько существует сюръекций из множества  $\{1, 2, 3\}$  в множество  $\{3, 4\}$ ?

Является ли транзитивным бинарное отношение  $\{(1,1), (2,2), (3,1), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,4)\}$  на множестве  $\{1,2,3,4\}$ ?

Является ли связным бинарное отношение  $\{(2,1), (2,3), (4,3)\}$  на  $\{1,2,3,4\}$ ?

Существует ли симметричное, транзитивное отношение, не являющееся рефлексивным?

Рассмотрим бинарное отношение "иметь не менее трёх общих букв" на множестве всех русских слов. (Например, слово "столу" находится в этом отношении со словом "ласты".) Является ли это отношение отношением эквивалентности?

Сколько существует таких разбиений множества  $\{1,2,3,4\}$  на классы, где ни один класс не является одноэлементным?

Сколько существует таких разбиений множества  $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  на классы, где каждый класс содержит ровно 4 элемента?

Существует ли строгий линейный порядок с двумя максимальными элементами?

Найти минимальное число максимальных элементов в пятиэлементном частично упорядоченном множестве.

Существует ли нестрогий частичный порядок с одним максимальным элементом, но без наибольшего элемента?

Следует ли из равносильности множеств  $A$  и  $B$ , что каждое подмножество множества  $A$  равносильно некоторому подмножеству множества  $B$ ?

Следует ли из равномошности множеств  $A$  и  $B$ , что множества  $P(A)$  и  $P(B)$  равномошны?

Следует ли из равномошности множеств  $A \times B$  и  $C \times D$ , что множества  $A$  и  $C$  равномошны?

Существует ли инъективное соответствие из несчётного множества в счётное множество?

Словом над данным алфавитом называется конечная последовательность элементов этого алфавита. Существует ли биекция между множеством всех слов над алфавитом  $\{a,b,c\}$  и множеством всех слов над алфавитом  $\{a,b\}$ ?

Существует ли инъекция из континуального множества в счётное множество?

**Список теоретических вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию (экзамен)**

Логические связки и их таблицы истинности. Тавтологии. Равносильность формул логики высказываний.

Кванторы. Свободные и связанные вхождения переменных. Основные равносильности, связанные с кванторами.

Неориентированные графы.

Ориентированные графы. Упорядоченные деревья.

Простейшие операции над множествами. Множество всех подмножеств данного множества.

Кортеж над множеством. Прямое произведение множеств, проекция множества.

Соответствие между элементами двух множеств. Операции над соответствиями, тождественное соответствие.

Всюду определённое, функциональное, сюръективное, инъективное соответствие между элементами двух множеств. Биекция.

Бинарное отношение на множестве. Основные свойства отношений: рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, асимметричность, транзитивность, связность.

Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы.

Строгий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок.

Нестрогий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок.

Основные принципы комбинаторики. Размещение без повторений, перестановка.

Основные принципы комбинаторики. Сочетание без повторений.

Равномошность множеств. Сравнение мощностей двух множеств. Бесконечное множество.

Счётное множество. Свойства счётных множеств.

Несчётность множества действительных чисел.

Множества мощности континуума.

Формальные языки. Порождающие грамматики.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы

#### Литература

##### *Основная*

Введение в высшую математику : учебник и практикум для вузов / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15087-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536442>

Вечтомов, Е. М. Математика: логика, теория множеств и комбинаторика : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 233 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15824-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540459>

##### *Дополнительная*

Павлюченко, Ю. В. Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан, В. И. Михеев. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18373-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534875>

### 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

[https://www.tutorialspoint.com/discrete\\_mathematics/index.htm](https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/index.htm)

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые компьютером и проектором для демонстрации учебных материалов.

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **9. Методические материалы**

### **9.1 Планы семинарских/ практических занятий**

#### ***Тема 1. Комбинаторика***

*Цель занятия:* ознакомиться с основными понятиями и определениями комбинаторики, научиться использовать эти понятия при решении задач.

*Форма проведения* – решение задач.

Сколько существует трёхзначных чисел, все цифры которых чётные?

Сколькими способами можно распределить 12 студентов между 4 языковыми группами (по разным языкам) так, чтобы в каждой группе оказались 3 студента?

На шахматной доске расставлены три одинаковые ладьи, ни одна из которых не бьёт другую. Сколькими способами можно это сделать?

Найти количество слов длины от 2 до 4 в шестибуквенном алфавите.

Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{a,b\}$ , не содержащих подслово  $bb$ ?

Сколько возможно распределений 7 одинаковых предметов по 3 различным урнам?

В кондитерском магазине имеется неограниченное количество пирожных 4 сортов. Сколькими способами можно составить подарочный набор из 3 пирожных? (Пирожные в наборе могут быть как одинаковыми, так и разными; их порядок в наборе несуществен.)

Имеется 6 неотличимых белых шаров и 5 неотличимых чёрных шаров. Сколькими способами можно выложить их в ряд так, чтобы никакие два чёрных шара не лежали рядом.

На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник со сторонами 3 и 9. Сколько существует кратчайших путей из одного угла этого прямоугольника в диагонально противоположный? (Предполагается, что каждый путь проходит по линиям клетчатой бумаги.)

Найти количество пятиэлементных подмножеств восьмиеlementного множества.

Сколько существует палиндромов в алфавите  $\{a,b\}$ , содержащих 8 раз букву  $a$  и 4 раза букву  $b$  и не содержащих подслово  $bb$ ?

Сколько слов, не содержащих подслово  $aa$ , можно получить перестановкой букв в слове  $aabbcc$ ?

Сколько существует неориентированных графов с 3 вершинами без петель и параллельных рёбер (с точностью до изоморфизма)?

Дан ориентированный граф, где из каждой вершины исходят ровно 3 дуги и в каждую вершину, кроме одной, входят ровно 4 дуги. Сколько вершин в этом графе может быть?

В некотором ориентированном графе с 5 вершинами существует ориентированный путь длины 6, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ . Следует ли из этого, что в этом графе также существует ориентированный путь длины 66, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ ?

В некотором ориентированном графе с 5 вершинами существует ориентированный путь длины 6, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ . Следует ли из этого, что в этом графе также существует ориентированный путь длины 36, начинающийся в вершине  $u$  и заканчивающийся в вершине  $v$ ?

Сколько существует ориентированных деревьев с 5 вершинами (с точностью до изоморфизма)?

Сколько существует упорядоченных деревьев с 5 вершинами (с точностью до изоморфизма)?

Дано ориентированное дерево с 23 листьями, где у всех вершин, кроме листьев, ровно 3 дочери. Какой может быть высота этого дерева? (Высотой дерева называется максимальное число дуг в ориентированном пути от корня к листу.)

*Контрольные вопросы:*

Основные принципы комбинаторики. Размещение без повторений, перестановка.

Сочетание без повторений.

Неориентированные графы.

Ориентированные графы. Упорядоченные деревья.

### **Тема 2. Множества**

*Цель занятия:* ознакомиться с основными операциями на множествах, научиться использовать их при решении практических задач.

*Форма проведения* – решение задач.

Существует ли такое соответствие  $R$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $N$ , что при любом соответствии  $S$  между множествами  $N$  и  $N$  выполняется равенство  $RS = R$

Существует ли такое соответствие  $R$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $\{1,2,3,4,5\}$ , что при любом соответствии  $S$  между множествами  $\{1,2,3,4,5\}$  и  $N$  выполняется равенство  $RS = S$ ?

Существует ли инъективное соответствие, чья инверсия не является тотальной?

Существуют ли два нефункциональных соответствия, чья композиция является функциональной?

Найти количество тотальных функций из  $n$ -элементного множества в  $m$ -элементное множество.

Сколько существует сюръекций из множества  $\{1, 2, 3\}$  в множество  $\{3, 4\}$ ?

*Контрольные вопросы:*

Простейшие операции над множествами. Множество всех подмножеств данного множества.

Кортеж над множеством. Прямое произведение множеств.

Соответствие между элементами двух множеств. Операции над соответствиями, тождественное соответствие.

Всюду определённое, функциональное, сюръективное, инъективное соответствие между элементами двух множеств. Биекция.

### **Тема 3. Отношения**

*Цель занятия:* ознакомиться с основными свойствами бинарных отношений, научиться использовать их при решении практических задач.

*Форма проведения* – решение задач.

Является ли транзитивным бинарное отношение  $\{(1,1), (2,2), (3,1), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,4)\}$  на множестве  $\{1,2,3,4\}$ ?

Является ли связным бинарное отношение  $\{(2,1), (2,3), (4,3)\}$  на  $\{1,2,3,4\}$ ?

Существует ли симметричное, транзитивное отношение, не являющееся рефлексивным?

Рассмотрим бинарное отношение "иметь не менее трёх общих букв" на множестве всех русских слов. (Например, слово "столу" находится в этом отношении со словом "ласты".) Является ли это отношение отношением эквивалентности?

Сколько существует таких разбиений множества  $\{1,2,3,4\}$  на классы, где ни один класс не является одноэлементным?

Сколько существует таких разбиений множества  $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  на классы, где каждый класс содержит ровно 4 элемента?



Существует ли строгий линейный порядок с двумя максимальными элементами?

Найти минимальное число максимальных элементов в пятиэлементном частично упорядоченном множестве.

Существует ли нестрогий частичный порядок с одним максимальным элементом, но без наибольшего элемента?

Следует ли из равносильности множеств  $A$  и  $B$ , что каждое подмножество множества  $A$  равносильно некоторому подмножеству множества  $B$ ?

Следует ли из равносильности множеств  $A$  и  $B$ , что множества  $P(A)$  и  $P(B)$  равносильны?

Следует ли из равносильности множеств  $A \times B$  и  $C \times D$ , что множества  $A$  и  $C$  равносильны?

Существует ли инъективное соответствие из несчётного множества в счётное множество?

Словом над данным алфавитом называется конечная последовательность элементов этого алфавита. Существует ли биекция между множеством всех слов над алфавитом  $\{a,b,c\}$  и множеством всех слов над алфавитом  $\{a,b\}$ ?

Словом над данным алфавитом называется конечная последовательность элементов этого алфавита. Формальным языком называется произвольное множество, состоящее из слов над данным алфавитом. Существует ли биекция между множеством всех слов над алфавитом  $\{a,b,c\}$  и множеством всех формальных языков над алфавитом  $\{a,b\}$ ?

Существует ли инъекция из континуального множества в счётное множество?

Словом над данным алфавитом называется конечная последовательность элементов этого алфавита. Формальным языком называется произвольное множество, состоящее из слов над данным алфавитом. Существует ли биекция между множеством всех формальных языков над алфавитом  $\{a,b,c\}$  и множеством всех формальных языков над алфавитом  $\{a,b\}$ ?

*Контрольные вопросы:*

Бинарное отношение на множестве. Основные свойства отношений: рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, асимметричность, транзитивность, связность.

Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы.

Строгий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок.

Нестрогий частичный порядок. Наибольший, наименьший элемент. Максимальный, минимальный элемент. Линейный порядок.

Равносильность множеств. Бесконечное множество.

Счётное множество. Свойства счётных множеств.

Множества мощности континуума.

## 9.2 Иные материалы

Рекомендуемая литература для более глубокого освоения программы.

Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. М.: Наука, 1975.

Виленкин Н. Я. Рассказы о множествах. М.: МЦНМО, 2019.

- Гладкий А. В. Математическая логика. М.: РГГУ, 1998.
- Купиллари А. Трудности доказательств. Как преодолеть страх перед математикой. М.: Техносфера, 2002.
- Неклюдова В. Л. Математика. Часть 9. Дискретная математика : Сборник задач. Новосибирск: СГГА, 2010.
- Непейвода Н. Н. Прикладная логика. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 2000.
- Пентус А. Е., Пентус М. Р. Задачи по комбинаторике для лингвистов. М.: МЦНМО, 2019.
- Пентус М. Р. Язык математики. М.: Диалог-МГУ, 1999.
- Столл Р. Р. Множества, логика, аксиоматические теории. М., 1968.
- Успенский В. А. Треугольник Паскаля. М.: Ленанд, 2015.
- Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов. М.: Техносфера, 2019.
- Шень А. Математическая индукция. М.: МЦНМО, 2019.
- Шиханович Ю. А. Введение в математику. М.: Научный мир, 2005.
- Keenan E. L., Moss L. S. *Mathematical Structures in Language*. Los Angeles: UCLA Academic Publishing, 2016.
- Partee B. H., ter Meulen A., Wall R. E. *Mathematical Methods in Linguistics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины - дать бакалаврам общее представление о математике и её месте в современной науке, показать связь математики с естественными и гуманитарными областями знания. В частности, рассказать об основных проблемах – как решённых, так и открытых; дать общее представление о математическом моделировании и о формальных языках современной математики.

Задачи дисциплины:

- изучение теории и практики решения задач по комбинаторике;
- приобретение навыков использования языка теории множеств;
- развитие навыков применения изученного математического аппарата к решению практических задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- . основные понятия теории множеств;
- . основные свойства соответствий и отношений.

**Уметь:**

- . решать комбинаторные задачи;
- . преобразовать выражения на языке теории множеств.

**Владеть:**

- . навыками строгого доказательства утверждений;
- . навыками опровержения утверждений с помощью контрпримеров.